

《初等数学研究》教学大纲

一、课程信息

课程名称：初等数学研究

Elementary Mathematics Research

课程代码：06S1010C

课程类别：教师教育选修课程

适用专业：数学与应用数学

课程学时：32 学时

课程学分：2 学分

修读学期：第 5 学期

先修课程：数学分析、高等代数、解析几何

二、课程目标

初等数学研究是高等师范本科数学与应用数学专业一门专业方向课。本课程需要从中学数学的教学需要出发，根据中学数学的内容和知识结构，把初等数学的一些基本问题分别组成若干专题，在内容上适当延伸和充实，在理论、观点和方法上予以提高。对各个专题的教学，都要着重基本思维方法和基本技能的训练。要求学生认清具体与抽象、特殊与一般、有限与无限等辩证关系，培养学生的辩证唯物主义观点。

本课程开设于第五学期，主要采用理论与实践相结合的方式的教学，具体采用开放式课堂进行教学，通过理论讲解、分组讨论、自主探索等方式完成 32 学时的理论教学。

（一）具体目标

通过本课程的学习，使学生达到以下目标：

1. 结合中学数学课程标准，对中学数学知识结构体系的建构有正确、清晰、合理的认识，熟悉中学数学教材及教学目标，能够恰当地运用中学数学学科知识与信息技术进行教学设计、实施、评价和改进课堂教学。【支撑毕业要求 3.1、4.1、4.2】

2. 能够利用传统教学手段和现代化教育技术手段，结合中学数学教学内容和教学目标，使学生具备教学研究能力、自主学习能力、不断学习和反思的能力。为毕业后能够担任中学数学教师工作打下坚实的基础。【支撑毕业要求 4.1、4.2、4.3、7.3】

3. 在整个教学过程中，合理制定以“学”为中心的教学设计，综合熟练地应用各

教学技能，以适应新课程理念下的中学数学课堂教学。能够在教学过程不断充实自己的综合知识及提高从教素质，为今后的教学工作打下良好的基础。学会以高等数学的视角审视初等数学问题，提高数学教学的趣味性。【支撑毕业要求 3.1、4.1、4.2、4.3、7.3】

(二) 课程目标与毕业要求的对应关系

表1 课程目标与毕业要求的对应关系

课程目标	支撑的毕业要求	支撑的毕业要求指标点
课程目标 1	3. 学科素养 4. 教学能力	3.1【知识素养】 具有丰富的数学专业知识和专业核心素养，具有较强的空间抽象、逻辑思维、合情推理和计算能力，对数学学科知识结构体系的建构有正确、清晰、合理的认识。
		4.1【教学设计】 准确解读中学数学课程标准，能钻研新课标，熟悉中学数学教材及教学目标，能制定教学计划；能够以“学”为中心进行教学设计，创设适宜的学习环境，运用基于数学核心素养的方法和策略，开展学习指导，进行多元化的学习评价。
		4.2【教学组织】 能依据数学学科特点和学生的认知特征，恰当地运用数学学科知识、信息技术，进行教学设计、实施、评价和改进课堂教学。
课程目标 2	4. 教学能力 7. 学会反思	4.1【教学设计】 准确解读中学数学课程标准，能钻研新课标，熟悉中学数学教材及教学目标，能制定教学计划；能够以“学”为中心进行教学设计，创设适宜的学习环境，运用基于数学核心素养的方法和策略，开展学习指导，进行多元化的学习评价。
		4.2【教学组织】 能依据数学学科特点和学生的认知特征，恰当地运用数学学科知识、信息技术，进行教学设计、实施、评价和改进课堂教学。
		4.3【教研能力】 了解数学教学研究的基本思想和基本方法，了解数学科学的新发展和教学领域的一些最新研究成果，具有一定的教学研究能力。
		7.3【勤学善思】 掌握反思方法和技能，学会运用批判性思维方法分析和解决数学教育教学中的问题。
课程目标 3	3. 学科素养 4. 教学能力 7. 学会反思	3.1【知识素养】 具有丰富的数学专业知识和专业核心素养，具有较强的空间抽象、逻辑思维、合情推理和计算能力，对数学学科知识结构体系的建构有正确、清晰、合理的认识。
		4.1【教学设计】 准确解读中学数学课程标准，能钻研新课标，熟悉中学数学教材及教学目标，能制定教学计划；能够以“学”为中心进行教学设计，创设适宜的学习环境，运用基于数学核心素养的方法和策略，开展学习指导，进行多元化的学习评价。
		4.2【教学组织】 能依据数学学科特点和学生的认知特征，恰当地运用数学学科知识、信息技术，进行教学设计、实施、评价和改进课堂教学。
		4.3【教研能力】 了解数学教学研究的基本思想和基本方法，了解数学科学的新发展和教学领域的一些最新研究成果，具有一定的教学研究能力。
		7.3【勤学善思】 掌握反思方法和技能，学会运用批判性思维方法分析和解决数学教育教学中的问题。

三、课程内容

(一) 课程内容与课程目标的关系

表2 课程内容与课程目标的关系

课程内容	教学方法	支撑的课程目标	学时安排
第一章 自然数与整数	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第二章 有理数	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第三章 实数	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第四章 复数	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第五章 多项式	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第六章 分式和根式	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第七章 三角式与反三角式	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第八章 初等函数	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第九章 方程	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第十章 不等式	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第十一章 数列	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第十二章 证题法与证题术	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第十三章 初等几何变换	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第十四章 度量与计算	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第十五章 轨迹	讲授法	课程目标 1、2、3	2
第十六章 作图	讲授法	课程目标 1、2、3	2
合计			32 学时

(二) 具体内容

第一章 自然数与整数 (2 学时)

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生对自然数与整数的有关概念有所了解，掌握自然数与整数的相关理论，为以后的有理数、实数、复数的学习奠定基础。

2、教学要求：

- 1) 理解自然数、基数、皮亚诺公理系统、数学归纳法等基本概念；
- 2) 掌握自然数的基本性质及其证明方法、掌握数学归纳法的实质和运用技巧；
- 3) 理解整数环、带余除法、最大公因数与最小公倍数、素数与合数、同余等基本概念；
- 4) 掌握整数性质的证明方法，能够灵活运用整数的性质和原理解决相关问题。

【教学重点与难点】

1、**教学重点**：自然数的性质，自然数性质的证明，数学归纳法的实质和运用技巧，整数的定义及其性质，带余除法的应用，最大公因数与最小公倍数的性质及运用性质解决相关问题；素数的性质解决相关问题。

2、**教学难点**：自然数的性质的证明，数学归纳法的运用技巧，整数理论及其性质的证明。

【教学内容】

1.1 自然数的基数理论

1.2 自然数的序数理论

1.3 数学归纳法

1.4 整数环

【思政元素融入点】

通过整数以及自然数性质的证明，激发学生勇于钻研，使学生更好地体会数学问题证明技巧。从而培养学生的数学情感，增强学习兴趣。

第二章 有理数（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生深刻理解数系范围扩大产生的性质的区别，掌握有理数域的性质及证明，理解有理数域是最小数域

2、教学要求：

- 1) 了解有理数性质的证明；
- 2) 掌握有理数域的性质；
- 3) 了解分数和循环小数互化的理论基础。

【教学重点与难点】

1、**教学重点**：有理数的定义、有理数域的性质；分数和循环小数互化的理论基础。

2、**教学难点**：有理数域性质的证明。

【教学内容】

2.1 有理数域

2.2 十进循环小数

【思政元素融入点】

有理数在现实生活中有广泛的应用，是继续学习实数、代数式、方程、不等式、函数、统计等数学内容以及相关学科知识的基础。注意学科之间的联系，引导学生全面发展。

第三章 实数（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生理解阿基米德公理、康托公理、实数域的基本性质，明确实数在整个数系中的作用。

2、教学要求：

- 1) 理解实数集、实数的基本性质、实数的四则运算、实数的开方、一些常见的无理数等基本概念；
- 2) 掌握 $[x]$ 的性质及其应用。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点：**实数域的基本性质； $[x]$ 的性质，灵活运用性质解决相关问题。
- 2、**教学难点：**实数域的基本性质的证明。

【教学内容】

- 3.1 阿基米德公理
- 3.2 康托公理
- 3.3 实数的定义

【思政元素融入点】

通过学习实数理论，注意数的发展历程，引导学生学习不能急于求成，要有刻苦钻研的顽强毅力，坚持不懈，直到问题解决。

第四章 复数（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生理解复数域的函数概念可以看成是实数域函数概念的一种

推广,既有很多类似之处也有不同之处,可以通过类比的方法进行学习,加深学生对复变函数概念的理解,有效降低学习难度,这样更容易掌握知识,提高学习效率.

2、教学要求:

- 1) 理解复数域等基本概念;
- 2) 掌握复数的代数形式、复数的几何表示、复数的三角表示、复数的开方、复数模的性质。

【教学重点与难点】

1、**教学重点:** 复数域等基本概念,复数的代数形式、复数的几何表示、复数的三角表示、复数的开方、复数模的性质。

2、**教学难点:** 复数域的基本性质的证明。

【教学内容】

4.1 复数域

4.2 复数的代数形式

4.3 复数的几何表示

【思政元素融入点】

复数以及相关理论进一步丰富了数的理论,注意比较自然数、有理数、实数、复数理论的使用范围,同时注意易错点,学会反思。

第五章 多项式 (2 学时)

【教学目标与要求】

1、教学目标:

通过本章的学习,使学生理解多项式是一类简单的初等函数,在实际应用中常常取多项式作为替代函数。引导学生了解数学学科与其他学科以及社会实践的联系,认同数学的应用价值。

2、教学要求:

- 1) 理解多项式等基本概念;
- 2) 掌握多项式的恒等变形、多项式的因式分解等方法。

【教学重点与难点】

1、**教学重点:** 多项式的定义及相关定义,零多项式、多项式相等的定理,用待定系数法求多项式;常用的多项式乘法公式并能够灵活应用它进行多项式的恒等变形;多

项式分解的条件和分解方法。

2、**教学难点**：有关定理的证明。

【教学内容】

5.1 多项式的一般概念

5.2 多项式的恒等变形

5.3 多项式的因式分解

【思政元素融入点】

在概念和定理的引入时融入科学家故事，培养学生勤奋钻研的精神。通过多项式理论发展过程的讲述，使学生更好地体会数学的发现、发展过程以及由此产生的各种数学思想方法，培养学生的数学情感、端正学习态度和树立正确的数学价值观。

第六章 分式和根式（2 学时）

【教学目标与要求】

1、**教学目标**：

通过本章的学习，使学生掌握分式和根式的概念及性质，并能熟练用于相关计算中，能灵活地将分式化为部分分式，培养学生用联系观点看问题。

2、**教学要求**：

1) 掌握分式的定义和分式的基本性质；

2) 掌握既约分式的存在性与唯一性；

3) 了解延拓原理及相关定理的证明，了解部分分式的相关定理，了解相关定理的证明；

4) 掌握将分式化为部分分式的方法，掌握根式的定义，并能灵活运用运算法则、运算公式进行化简、求值、证明。

【教学重点与难点】

1、**教学重点**：分式的定义和分式的基本性质，既约分式的存在性与唯一性；将分式化为部分分式的方法；根式的定义，并能灵活应用运算法则、运算公式进行化简、求值、证明。

2、**教学难点**：将分式化为部分分式的方法。

【教学内容】

6.1 有理分式

6.2 有理式的恒等变形

6.3 部分分式

【思政元素融入点】

灵活地将分式化为部分分式，将问题简单化，这有利于分析问题的本质，便于问题的解决。进而明白所有事物都有内在的统一性。坚持内在的核心的正确的价值观对于理解社会具有重要意义。

第七章 三角式与反三角式（2 学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生理解三角式的解析定义等基本概念，掌握三角式、反三角式恒等变形的典型方法与技巧，培养学生逻辑思维、合情推理和计算能力，对数学学科知识结构体系的建构有正确、清晰、合理的认识。

2、教学要求：

- 1) 理解三角式的解析定义等基本概念；
- 2) 掌握三角式、反三角式恒等变形的典型方法与技巧。

【教学重点与难点】

1、**教学重点：**三角式的解析定义，三角式恒等变形的典型方法与技巧，用指数式表示反三角式和用对数式表示反三角式在化简、求值、证明中应用。

2、**教学难点：**三角式恒等变形的典型方法与技巧。

【教学内容】

7.1 三角式的概念

7.2 三角式的恒等变形

【思政元素融入点】

通过讲解三角式恒等变形的典型方法，让学生了解到三角式和反三角式内在的联系，针对不同方法，鼓励学生精益求精，不怕失败，联想以前所学课程，与时俱进给出合理的解题方案。

第八章 初等函数（2 学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生掌握初等函数的概念以及相关理论，培养学生了解数学教

学研究的基本思想和基本方法，具有一定的教学研究能力。

2、教学要求：

1) 了解函数概念的发展过程，了解初等函数公理化定义与证明，了解初等函数的超越性及超越性的证明；

2) 掌握中学函数定义的背景，掌握反函数的存在条件，掌握复合函数的条件和性质；掌握初等函数的定义及分类，掌握初等函数定义域、值域的求法，函数极值、最值的求法；

3) 能判断函数的单调性奇偶性、周期性、连续性，并能证明，能利用函数的性质和关系作函数图像。

【教学重点与难点】

1、**教学重点：**中学函数定义的背景，反函数的存在条件，复合函数的条件和性质；初等函数的定义及分类，初等函数定义域值域的求法，函数极值、最值的求法；函数的单调性、奇偶性、周期性、连续性，并能证明；利用函数的性质和关系作函数圈象。

2、**教学难点：**中学函数定义的背景，反函数的存在条件，复合函数的条件和性质。

【教学内容】

8.1 函数的一般概念

8.2 初等函数的分类

8.3 初等超越函数的超越性

8.4 研究函数的初等方法

【思政元素融入点】

函数概念的发展历程反映和刻画了客观世界中各种事物的动态变化和相互依存关系，它的产生和发展经历了漫长的历史过程，是从特殊到一般，从具体到抽象，逐步精确化的。学习的真谛也是一样，学习不能一蹴而就，也是循序渐进，逐步深化的过程。

第九章 方程（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生掌握方程与方程组概念以及相关理论，引导学生能制定教学计划；能够以“学”为中心进行教学设计，创设适宜的学习环境，进行多元化的学习评价。

2、教学要求：

1) 理解方程、方程组等基本概念，

2) 掌握同解原理，并能对方程、方程组进行同解变形求解；能灵活运用三种变换求方程的解，能够用公式求解一元三次方程，能够对四类倒数方程求解，掌握指数方程、对数方程、三角方程、幂函数方程、反三角方程的一般求解方法；能利用消元法求解方程组；善于依据方程组的特点选择恰当的方法将多元方程转化为一元方程求解。

【教学重点与难点】

1、**教学重点：**方程的概念，方程的同解原理，并能对方程进行同解变形求解；三种变换求方程的解，能够用公式求解一元三次方程，四类倒数方程的求解，了解二项方程和含参数方程的解法；指数方程、对数方程、三角方程、幂函数方程、反三角方程的一般求解方法；方程的概念，消元法求解方程组；多元方程转化为元方程求解。

2、**教学难点：**利用三种变换求方程的解，四类倒数方程的求解。

【教学内容】

9.1 方程的基本概念

9.2 一元方程的同解性

9.3 一元代数方程（特殊类型）的解法

9.4 初等超越方程的解法举例

9.5 方程组的概念

9.6 特殊类型的方程组的解法举例

【思政元素融入点】

通过介绍《九章算术》中第八章“方程”，让学生了解采用分离系数的方法表示线性方程组，相当于现在的矩阵；解线性方程组时使用的直除法，与矩阵的初等变换一致。这是世界上最早的完整的线性方程组的解法。在西方，直到17世纪才由莱布尼兹提出完整的线性方程的解法法则。以此弘扬中国文化，增强了学生民族自豪感、文化自信心和爱国情怀，提高学生学习的热情。

第十章 不等式（2学时）

【教学目标与要求】

1、**教学目标：**

通过对不等式具体问题的剖析，掌握解决不等式证明的一般方法和技巧，注意不同方法的优缺点，提高解决代数问题的能力。学会以高等数学的视角审视初等数学问题，提高数学教学的趣味性。

2、教学要求：

- 1) 理解并能正确运用不等式；
- 2) 掌握不等式的常规方法，能运用非常规方法求解不等式；掌握证明不等式的主要方法（作差法、比较法、综合法、分析法、反证法、函数法、不等式法、数学归纳法等）；
- 3) 能灵活应用三个不等式求最值和证明不等式；
- 4) 掌握利用凸函数定理和琴生不等式证明不等式的方法，掌握排序不等式证明不等式的方法。

【教学重点与难点】

1、**教学重点：**解不等式的常规方法，运用非常规方法求解不等式；证明不等式的主要方法〔作差法、比较法、综合法、分析法、反证法、函数法、不等式法、数学归纳法等〕；应用三个不等式求最值和证明不等式；利用凸函数定理和琴生不等式证明不等式的方法；排序不等式证明不等式的方法。

2、**教学难点：**运用非常规方法求解不等式。

【教学内容】

10.1 不等式及其基本性质

10.2 解不等式

10.3 证明不等式

10.4 几个重要的不等式

【思政元素融入点】

不等式是中学教学的一个重要部分，注意比较求解与证明不等式方法优缺点，引导学生通过对问题的探究，培养学生分析问题、解决问题及归纳能力；激发学生学习和应用数学知识的兴趣，培养严谨的科学态度。

第十一章 数列（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生掌握数列观念以及相关理论，通过观察与分析，培养学生分析问题、解决问题的能力，以及进行数学归纳的能力。同时更深层次的理解了数学知识之间的相互渗透性思想。

2、教学要求：

- 1) 理解数列与集合的关系;
- 2) 掌握求数列通项的一般方法, 能通过数列的通项探讨数列的性质;
- 3) 会求等差数列与等比数列通项, 理解并熟练运用等差数列与等比数列性质解决相关问题;
- 4) 理解差分的概念, 掌握 m 阶等差数列通项与求和公式定理并能够熟练运用;
- 5) 掌握用母函数法求数列通项与前 n 项和的方法。

【教学重点与难点】

1、**教学重点:** 求数列通项的一般方法; 等差数列与等比数列通项, 运用等差数列与等比数列性质解决相关问题; m 阶等差数列通项与求和公式的定理; 运用特征方程求线性递归数列通项; 常见的转化方法(构造和式、差式、商式、积式)解决相关问题; 母函数法求数列通项与前 n 项和的方法。

2、**教学难点:** m 阶等差数列通项与求和公式的定理; 运用特征方程求线性递归数列通项等。

【教学内容】

11.1 序列及其分类

11.2 等差数列与等比数列

11.3 数列的差分

11.4 线性递归数列

【思政元素融入点】

数列教学是中学数学一个重点, 也是难点, 教学过程注意类比、转化, 从而化难为易。让学生充分感受数学知识与现代技术息息相关, 从而体会学习数学的重要性。通过实例学习让学生对数学的学习更有兴趣, 为以后的就业、创业增添信心。

第十二章 证题法与证题术 (2 学时)

【教学目标与要求】

1、教学目标:

通过本章的学习, 结合数学证明的方法与技巧, 并对每一种方法都做了举例说明。从而达到培养学生了解数学教学研究的基本思想和基本方法, 了解数学科学的新发展和教学领域的一些最新研究成果, 具有一定的教学研究能力。

2、教学要求:

- 1) 理解直接证法与间接证法、综合法与分析法、演绎法与归纳法;
- 2) 掌握和差倍分与定值问题, 不等、垂直与平行、共线点、共点线、共圆点、共点圆等问题的证题方法技巧;
- 3) 了解梅涅劳定理, 锡瓦定理关于相等问题。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点:** 对证题通法的正确理解, 对分专题讨论的证题术的掌握。
- 2、**教学难点:** 对证题通法的深刻理解, 对具体证题术的灵活运用。

【教学内容】

12.1 证题法

12.2 证题术

【思政元素融入点】

通过学习证题法与证题术, 引导学生学习不能急于求成, 寻找问题突破口, 妥善解决遇到的实际问题, 要有刻苦钻研的顽强毅力, 坚持不懈, 直到问题解决。同时注意易错点, 学会反思。

第十三章 初等几何变换 (2 学时)

【教学目标与要求】

1、教学目标:

初等几何变换, 是一个将几何图形按照某种法则或规律变成另一种几何图形的过程, 通过对初等几何变换的学习和应用, 培养学生发现问题、分析问题、解决问题的能力, 从而提高学生逻辑思维能力。

2、教学要求:

- 1) 理解对称、旋转、平移、相似、位似变换等几何变换的基本概念和性质;
- 2) 掌握托雷密定理。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点:** 初等几何变换及其性质。
- 2、**教学难点:** 初等几何变换的灵活应用。

【教学内容】

13.1 合同变换

13.2 相似或位似变换

13.3 初等几何变换的应用

【思政元素融入点】

变换是数学中一个带有普遍性的概念，代数中有数与式的恒等变换，几何中有图形的变换。在初等几何中，图形变换是一种重要的思想方法，它以运动变化的观点来处理孤立静止的几何问题，往往在解决问题的过程中能够收到意想不到的效果。

第十四章 度量与计算（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

随着数学方法在各领域的广泛应用、测量技术与工具的日新月异，越来越多的物体与现象都被发现具有“可测量”的属性，针对“可测量”的属性，使学生清楚度量与计算与几何形状、函数关系、统计量等密切相关，体会其中的数学思想方法。

2、教学要求：

- 1) 理解线段、面积、体积的度量的概念，理解掌握矩形面积公式的证明；
- 2) 理解掌握斯特瓦尔特定理和广义勾股定理，秦九韶公式。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点：**三角形中一些线段的计算，计算应用题。
- 2、**教学难点：**应用计算问题的几何特征的把握与处理。

【教学内容】

14.1 线段的度量

14.2 面积的度量

14.3 几何量的计算

【思政元素融入点】

通过本章学习，引导学生学习不能急于求成，寻找问题突破口，实际问题中的度量与计算是一个不断修改、不断提升的过程，鼓励学生要有坚持不懈、精益求精、追求卓越的精神。

第十五章 轨迹（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，使学生理解轨迹的概念，掌握阿式圆，定何幂圆，定差幂线等轨

迹定理。熟悉中学课程中关于轨迹问题基本要求，掌握数形结合思想方法解决轨迹的基本问题，为今后的教学工作打下良好的基础。

2、教学要求：

- 1) 理解轨迹的概念，理解掌握六个基本轨迹定理；
- 2) 掌握阿式圆，定何幂圆，定差幂线等轨迹定理。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点：**六个基本轨迹，三类轨迹命题的正确理解和应用。
- 2、**教学难点：**三类轨迹命题的灵活运用，轨迹的证明与讨论。

【教学内容】

15.1 轨迹的基本问题

15.2 三类轨迹命题及其探求

【思政元素融入点】

通过轨迹的教学，引导学生了解数学教学研究的基本思想和基本方法，激发学生勇于钻研，使学生更好地体会几何问题求解过程中的数形结合思想方法。从而培养学生的数学情感，拓宽学生视野。

第十六章 作图（2学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

通过本章的学习，熟悉作图基本要求，掌握几何作图、尺规作图以及用几何变换求解作图问题。为今后的教学工作打下良好的基础。

2、教学要求：

理解尺规作图，定位作图与不定位作图的概念，理解轨迹交截法与三角形奠基法，代数分析法的基本概念。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点：**常用作图的探求和作法与讨论，用几何变换解作图问题。
- 2、**教学难点：**作图问题的证明和讨论。

【教学内容】

16.1 几何作图的基本问题

16.2 尺规作图的方法

16.3 尺规作图不能解决的问题

【思政元素融入点】

通过作图的教学，引导学生循序渐进，以人为本，依据数学学科特点和学生的认知特征，恰当地运用数学学科知识、信息技术，进行教学设计、实施、评价和改进课堂教学。

四、教学方法

本课程坚持以学生为中心，积极创新教学模式、融入思政元素，课堂中引入初等数学典型问题，开发学生潜能。具体做法有：

(1) 每章从初等数学经典问题引入，通过剖析问题，引导学生搞清该部分的主线及知识框架。使学生正确理解、掌握初等数学的主要问题，达到举一反三效果。

(2) 坚持立德树人，在课堂教学中融入思政元素。如在方程中通过介绍《九章算术》的第八章“方程”，以此弘扬中国文化，增强了学生民族自豪感、文化自信和爱国情怀，提高学生学习的热情。

(3) 坚持智慧教学，广泛使用智慧树平台资源、雨课堂等信息化手段，积极引导学学生利用智慧树等网络资源，进行课程信息传递过程，教师能够提前了解学生的学习困难，在课堂上给予有效的辅导。

五、实践教学安排

针对初等数学研究课程特点，部分章节分小组进行讨论，并完成习题讲解，加强知识理解和教学基本功，综合评选出组内优秀学生。

六、课程考核

本课程考核采用平时考核与期末闭卷考试三部分综合进行，平时考核占 40%（至少有三项：作业完成、考勤、课堂讨论、知识小结、测试等），期末考试成绩占 60%。期末考核采用笔试方式进行，教师统一命题，流水阅卷。

总成绩（100%）=平时成绩（40%）+期末考试成绩（60%）。

七、课程评价

（一）课程目标评价标准

表 3 课程目标评价标准

课程目标	评价标准				
	90-100 分	80-89 分	70-79 分	60-69 分	0-59 分
	优	良	中	及格	不及格
课程目标 1	1.很好地掌	1.较好地掌	1.能够掌握	1.基本掌握	1.不能完全

	<p>握基本概念、基本定理和基本方法，具备很好的数学运算能力；</p> <p>2. 很好的准确解读中学数学课程标准，以“学”为中心进行教学设计；</p> <p>3. 很好地运用数学学科知识、信息技术，进行教学实施、评价和改进课堂教学。</p>	<p>握基本概念、基本定理和基本方法，具备较好的数学运算能力；</p> <p>2. 较准确解读中学数学课程标准，以“学”为中心进行教学设计；</p> <p>3. 较好地运用数学学科知识、信息技术，进行教学实施、评价和改进课堂教学。</p>	<p>基本概念、基本定理和基本方法，具备数学运算能力；</p> <p>2. 能够准确解读中学数学课程标准，以“学”为中心进行教学设计；</p> <p>3. 能够运用数学学科知识、信息技术，进行教学实施、评价和改进课堂教学。</p>	<p>基本概念、基本定理和基本方法，基本具备数学运算能力；</p> <p>2. 基本准确解读中学数学课程标准，以“学”为中心进行教学设计；</p> <p>3. 基本能够运用数学学科知识、信息技术，进行教学实施、评价和改进课堂教学。</p>	<p>掌握基本概念、基本定理和基本方法，不完全具备数学运算能力；</p> <p>2. 不完全准确解读中学数学课程标准，以“学”为中心进行教学设计；</p> <p>3. 不完全能够运用数学学科知识、信息技术，进行教学实施、评价和改进课堂教学。</p>
课程目标 2	<p>1. 具有很强的教学组织能力；</p> <p>2. 具备很好的自我反思能力和创新意识；</p> <p>3. 具备很好初等数学研究能力。</p>	<p>1. 具有较强的教学组织能力；</p> <p>2. 具备较好的自我反思能力和创新意识；</p> <p>3. 较好的具备初等数学研究能力。</p>	<p>1. 具有教学组织能力；</p> <p>2. 具备自我反思能力和创新意识；</p> <p>3. 具备初等数学研究能力。</p>	<p>1. 基本具有教学组织能力；</p> <p>2. 基本具备自我反思能力和创新意识；</p> <p>3. 基本具备初等数学研究能力。</p>	<p>1. 不完全具有教学组织能力；</p> <p>2. 不完全具备自我反思能力和创新意识；</p> <p>3. 不完全具备初等数学研究能力。</p>
课程目标 3	<p>1. 具有很好的自主学习和自我反思能力；</p> <p>2. 很好的运用批判性思维方法分析和解决初等数学问题。</p>	<p>1. 具有较好的自主学习和自我反思能力；</p> <p>2. 较好的运用批判性思维方法分析和解决初等数学问题。</p>	<p>1. 具有自主学习和自我反思能力；</p> <p>2. 具备能运用批判性思维方法分析和解决初等数学问题。</p> <p>3. 具备初等</p>	<p>1. 基本具有自主学习和自我反思能力；</p> <p>2. 基本能运用批判性思维方法分析和解决初等数学问题。</p>	<p>1. 不完全具有自主学习和自我反思能力；</p> <p>2. 不能完全运用批判性思维方法分析和解决初等数学问题。</p>

	3. 具备很好初等数学研究能力。	3. 较好的具备初等数学研究能力。	数学研究能力。	3. 基本具备初等数学研究能力。	3. 不完全具备初等数学研究能力。
--	------------------	-------------------	---------	------------------	-------------------

(二) 课程目标评价方法

课程评价主要是本门课程的课程目标达成度评价。课程目标达成度评价主要采用定量评价与定性评价相结合的方法，具体包括：调查问卷、平时成绩和期末考试成绩。相应课程目标评价方式见表 3。

表4 课程目标评价方式

课程目标	调查问卷	平时成绩	期末考试
课程目标 1	√	√	√
课程目标 2	√	√	√
课程目标 3	√	√	√

1. 定性评价

定性评价采用调查问卷的方式来实现。调查问卷根据本门课程目标制作，主要反映被调查者（教师本人和学生）对课程目标达成的满意度，根据被调查者的满意程度赋分。

表5 教师、学生对课程目标达成情况评价

课程目标	教师评价 50%	学生评价 50%	课程目标达成评价方法
课程目标 1	T1	S1	课程分目标 A_i 达成度 $=0.5 \times T_i + 0.5 \times S_i$, $(i=1,2,3)$; 课程目标整体达成度 $=\min\{A_i\}$
课程目标 2	T2	S2	
课程目标 3	T3	S3	

2. 定量评价

定量评价包括平时成绩和期末考试。平时成绩包括考勤，作业，笔记等，任课教师根据具体情况选择合适方式并按完成情况赋分；期末考试成绩根据学生得分赋分，最终

按照表 6 所列分值为百分比权重进行转换。

表6 课程考核成绩对课程目标达成情况评价

课程目标	平时成绩 40%	期末考试成绩 60%	课程目标达成评价方法
课程目标 1	30	30	课程分目标达成度 $B_i=0.4$ \times (分目标平时成绩平均分/分 目标平时成绩总分) $+0.6 \times$ (分 目标期末考试成绩平均分/分 目标期末考试成绩总分) ($i=1,2,3$) ; 期末考试各分目标平均分、总 分按试卷详情核算; 课程目标整体达成度 $=\min\{B_i\}$
课程目标 2	30	30	
课程目标 3	40	40	

3. 综合评价

课程目标达成情况综合评价按照定性和定量所占权重进行综合计算，具体如表 7 所示。

表7 课程目标达成情况评价

课程目标	调查问卷 20%	课程考核成绩 80%	课程目标达成评价方法
课程目标 1	A1	B1	课程分目标达成度 $=0.2 \times A_i + 0.8 \times B_i$ 课程目标整体达成度 = 课程分目标达 成度的最小值。
课程目标 2	A2	B2	
课程目标 3	A3	B3	

八、课程资源

(一) 建议使用教材

叶立军，初等数学研究，科学出版社，2020.

(二) 主要参考书目

- [1] 李长明, 周焕山, 初等数学研究, 高等教育出版社, 1995.
- [2] 程晓亮, 刘影, 初等数学研究, 北京大学出版社, 2011.
- [3] 叶立军, 初等数学研究, 华东师范大学出版社, 2008.
- [4] 朱德祥、朱维宗, 初等几何研究, 高等教育出版社, 2006.
- [5] 葛军, 涂荣豹, 初等数学研究教程, 江苏教育出版社, 2009.

制 订: 数学与信息技术学院

教研室: 数学与应用数学教研室

执笔人: 张朝阳

审订人: 冯晓梅

