

《数学思想和方法》教学大纲

一、课程信息

课程名称：数学思想和方法

Mathematics Thought and Methodology

课程代码：06S1018C

课程类别：教师教育课程/选修课

适用专业：数学与应用数学（师范类）

课程学时：32

课程学分：2

修读学期：第6学期

先修课程：数学分析、高等代数、解析几何

二、课程目标

（一）具体目标

数学思想和方法是数学与应用数学专业（师范类）开设的一门教师教育选修课程。本课程主要内容：一、古今数学思想概述；二、较系统的介绍主要的数学思想和基本的数学方法。通过追溯古今数学思想的演变与发展，可以弄清数学发展过程中的基本史实，再现其本来面貌，阐述数学的本原，数学家如何提出问题，考虑问题和解决问题，进而探究数学科学发展的规律与文化本质，帮助学生掌握数学的思想、方法、理论，保证专业素养的提高，培养创新精神，应用意识与能力；通过较系统的介绍主要的数学思想和基本的数学方法，使学生比较系统地获得对数学思想方法的认识，掌握实施数学思想方法教学的特点，并能运用这些理论指导中小学教学实践。通过各个教学环节的实施，逐步培养学生实施数学思想方法教学的能力和综合运用所学知识提出问题、分析问题、解决实际问题的能力，为成为适应新世纪需要的高素质中小学教师打下坚实基础。本课程共安排32理论课，总学分2学分（第六学期16周，每周2学时）。

通过本课程的学习，使学生达到以下目标：

1. 了解数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法；熟知每一数学分支的演变与发展，了解每次世界数学中心的变迁所引发的数学思想的几次重要突破；了解数学国际大奖及其成果产生的深远影响。【支撑毕业要求指标点3.1、3.2、3.3、4.3】

2. 掌握一般数学思想，数学发现的基本方法，数学论证的基本方法。培养学生具备一定水平的思考能力，逐步培养学生实施数学思想方法教学的能力，并能运用这些理论指导中小学教学实践。【支撑毕业要求3.1、4.3、7.3】

3. 掌握学科方法型思想，数学应用的基本方法；在教学实施中，分小组合作模式解决问题，能够形成自主学习、终身学习和专业发展的意识。具有主动运用数学的思想与方法去分析问题、解决问题的意识和能力。【支撑毕业要求3.2、8.1】

（二）课程目标与毕业要求的对应关系

表1 课程目标与毕业要求的对应关系

课程目标	支撑的毕业要求	支撑的毕业要求指标点
课程目标 1	3.学科素养 4.教学能力	【3.1 知识素养】具有丰富扎实的教育学、心理学、数学等学科专业知识，掌握主要理论、思想和方法。对数学学科知识结构体系的建构有正确、清晰、合理的认识。
		【3.2 学科融合】了解数学学科与其他学科以及社会实践的联系，认同数学的应用价值。了解新技术，具备一定的信息化素养。
		【3.3 专业技能】具有良好的数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象等数学学科专业能力。
		【4.3 教研能力】了解教育基本思想和方法，能够自觉掌握数学学科的新发展和教学领域的一些最新研究成果，具有一定的教学研究能力。
课程目标 2	3.学科素养 4.教学能力 7.学会反思	【3.1 知识素养】具有丰富扎实的教育学、心理学、数学等学科专业知识，掌握主要理论、思想和方法。对数学学科知识结构体系的建构有正确、清晰、合理的认识。
		【4.3 教研能力】了解教育基本思想和方法，能够自觉掌握数学学科的新发展和教学领域的一些最新研究成果，具有一定的教学研究能力。
		【7.3 勤学善思】掌握反思方法和技能，学会运用批判性思维方法分析和解决数学教育教学中的问题。
课程目标 3	3.学科素养 8.沟通合作	【3.2 学科融合】了解数学学科与其他学科以及社会实践的联系，认同数学的应用价值。了解新技术，具备一定的信息化素养。
		【8.1 团结协作】具有团队协作精神，掌握沟通合作技能，积极主动参与小组学习、专题研讨、团队互动、网络分享等协作学习活动，乐于分享经验和想法。

三、课程内容

(一) 课程内容与课程目标的关系

表2 课程内容与课程目标的关系

课程内容	教学方法	支撑的课程目标	学时安排
第一章 认识数学	课堂讲授, 视频播放	课程目标 1	4
第二章 数学发展简史	课堂讲授, 课堂讨论	课程目标 1	4
第三章 数学分支选讲	课堂讲授, 案例教学	课程目标 1、2	4
第四章 主要数学思想和基本数学方法	课堂讲授, 案例教学	课程目标 1、2	6
第五章 数学发现的基本方法	课堂讲授, 案例教学	课程目标 2、3	4
第六章 数学论证的基本方法	课堂讲授, 案例教学	课程目标 2、3	4
第七章 数学应用的基本方法	课堂讲授, 案例教学	课程目标 1、2、3	4
第八章 数学概观	课堂讲授, 案例教学	课程目标 1、2、3	2
合计			32 学时

(二) 具体内容

第一章 认识数学 (4 学时)

【教学目标与要求】

1、教学目标:

- 1) 了解数学的研究内容及特点。
- 2) 了解人类对数学的基本思想和方法的认识历程。
- 2) 认识数学的魅力。

2、教学要求:

- 1) 了解数学的研究内容及特点。
- 2) 理解学习数学的基本思想和方法的重要性。
- 3) 认识数学的魅力。

【教学重点与难点】

1、**教学重点:** 了解数学的研究内容及特点, 了解人类对数学的基本思想和方法的认识历程。

2、**教学难点:** 数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法及其应用。

【教学内容】

- 1.1 什么是数学
- 1.2 什么是数学思想方法
- 1.3 数学的魅力

【思政元素融入点】

通过介绍数学的研究内容及特点，人类对数学的基本思想和方法的认识历程。融入不忘初心、砥砺前行、工匠精神和辞海精神等思政元素，使学生的学习与价值引领相结合，引导学生正确做人做事。

第二章 数学发展简史（4 学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

了解数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法。

2、教学要求：

掌握数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法；

【教学重点与难点】

1、**教学重点：**数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法及其应用。

2、**教学难点：**数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法及其应用。

【教学内容】

- 2.1 数学思想发展分期
- 2.2 数学的起源时期
- 2.3 初等数学阶段
- 2.4 近代数学阶段
- 2.5 现代数学阶段

【思政元素融入点】

深刻理解实践对认识的决定作用与认识对实践的指导作用。实践是认识的来源。首先，实践为认识的产生提出了需要。人的认识活动是适应实践的需要，为解决和完成实践提出的问题而产生的。科学研究的任务、科学工作的课题是由实践的需要提出的，并且围绕着人类实践的需要这个中心来展开。实践作为一种客观物质活动，是按照一定规律进行的，这种合规律的活动，久而久之，会在人们头脑中积淀下来，形成各种思想，方法等。结合数学史教育学生要有科学探索，勇于钻研的精神。使学生更好地体会数学

的发现、发展过程以及由此产生的各种数学思想方法；通过数学发明创造推动科学技术发展的动人故事、数学家精神的展现，培养学生的数学情感、端正学习态度和树立正确的数学价值观。融入实际案例，引导学生主动观察分析，增强学生的数学意识，培养学生的建模思想。

第三章 数学分支选讲（6 学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

- 1) 了解各个数学分支的产生及其影响，掌握其显著的思想方法；
- 2) 认识到每一种思想方法的完善都遵循事物发展的前进性与曲折性相统一原理。

2、教学要求：

- 1) 了解各个数学分支的产生及其影响，掌握其显著的思想方法；
- 2) 要求学生以案例形式说明每一种数学思想。

【教学重点与难点】

- 1、教学重点：了解各个数学分支的产生及其影响，掌握其显著的思想方法。
- 2、教学难点：了解各个数学分支的产生及其影响，掌握其显著的思想方法。

【教学内容】

- 2.1 数学分支之代数学（符号思想）
- 2.2 数学分支之微积分（逼近思想）
- 2.3 数学分支之几何学（公理化思想）
- 2.4 数学分支之概率论、运筹学（随机思想，优化思想）

【思政元素融入点】

了解课程内容涉及到的历史人物，激发学习兴趣。了解各个分支的发展历程，与所学专业内容相关与相近的知识与学生产生共鸣，以针对性问题为线索，提出问题，找出解决办法，挖掘并呈现解决问题过程中所涉及的价值观和思维方式等思政元素。培养学生通过现象看本质的逻辑思维，培养数学思想和方法的意识。

第四章 主要数学思想和基本数学方法（6 学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

理解一般数学思想、学科方法型思想的含义，特征、分类等内容，会利用这些思想方法解决实际问题。

2、教学要求：了解一般数学思想、学科方法型思想的含义，特征、分类等内容，会利用这些思想方法解决实际问题。

【教学重点与难点】

1、教学重点：了解一般数学思想、学科方法型思想的含义，特征、分类等内容。

2、教学难点：了解一般数学思想、学科方法型思想的含义，特征、分类等内容。

【教学内容】

3.1 数学思想方法及其作用

3.2 序化思想与量化模式的构建

3.3 一般数学思想

3.3.1 符号思想

3.3.2 分类思想

3.3.3 转化思想

3.3.4 公理化思想

3.4 学科方法型思想

3.4.1 集合思想

3.4.2 方程思想

3.4.3 逼近思想

3.4.4 随机思想

【思政元素融入点】

了解数学分支的发展历程，数学发展需要联系实际，解决实际问题。通过引导在生活中学习，理论结合实际的思想，学会思考。

第五章 数学发现的基本方法（6 学时）

【教学目标与要求】

1、教学目标：

了解数学发现的基本方法的含义，特征、分类等内容，会利用这些思想方法解决实

实际问题；

2、**教学要求：**理解数学发现的基本方法的含义，特征、分类等内容，会利用这些思想方法解决实际问题。

【教学重点与难点】

1、**教学重点：**理解数学发现的基本方法的含义，特征、分类等内容。

2、**教学难点：**理解数学发现的基本方法的含义，特征、分类等内容。

【教学内容】

4.1 数学观察法与数学实验法

4.2 归纳法

4.3 类比法与联想法

4.4 抽象法与概括法

【思政元素融入点】

培养学生透过现象认识本质的能力，因为本质和现象是相互联系、相互依存的，本质通过现象表现出来，现象表现着本质，所以要通过分析现象达到对事物本质的认识，决不能离开现象去凭空构想事物的本质。

第六章 数学论证的基本方法（6 学时）

【教学目标与要求】

1、**教学目标：**

理解数学论证的基本方法的含义，特征、分类等内容，会利用这些思想方法解决实际问题；

2、**教学要求：**理解数学论证的基本方法的含义，特征、分类等内容，会利用这些思想方法解决实际问题。

【教学重点与难点】

1、**教学重点：**理解数学论证的基本方法的含义，特征、分类等内容。

2、**教学难点：**抽象与概括的区别。

【教学内容】 理解数学论证的基本方法的含义，特征、分类等内容

5.1 演绎法

5.2 分析法与综合法

5.3 划归法

5.4 关系-映射-反演法

5.5 构造法

【思政元素融入点】

认识到矛盾着的对立面之间相互贯通，在一定条件下相互转化。由于矛盾双方彼此相通，矛盾双方可以向着自己的对立面转化而得到发展，并规定着事物发展的方向。

第七章 数学应用的基本方法（4 学时）

【教学目标与要求】

1、 教学目标：

了解数学模型、数学模型方法的含义；理解数学模型在数学教学中的作用；掌握几个重要的数学模型；掌握数学建模的基本步骤；掌握几种重要的统计方法。

2、 教学要求：

- 1) 了解数学模型、数学模型方法的含义；
- 2) 理解数学模型在数学教学中的作用；
- 3) 掌握几个重要的数学模型；
- 4) 掌握数学建模的基本步骤。
- 5) 掌握几种重要的统计方法。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点：**掌握几个重要的数学模型；掌握几种重要的统计方法。
- 2、**教学难点：**掌握几个重要的数学模型；掌握几种重要的统计方法。

【教学内容】

6.1 数学建模法

6.2 统计方法

【思政元素融入点】

明确认识指导实践、为实践服务的过程，即是认识价值的实现过程。实践是认识的起点，也是认识的归宿，是全部认识的基础。

第八章 数学概观（4 学时）

【教学目标与要求】

3) 教学目标：

- 1) 了解数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法；了解每次世界数学中心的变迁所引发的新的数学思想和方法；了解数学国际大奖及其成果产生的深远影响。
- 2) 深刻理解实践对认识的决定作用与认识对实践的指导作用。实践是认识的来源。

首先，实践为认识的产生提出了需要。人的认识活动是适应实践的需要，为解决和完成实践提出的问题和任务而产生的。科学研究的任务、科学工作的课题是由实践的需要提出的，并且围绕着人类实践的需要这个中心来展开。实践作为一种客观物质活动，是按照一定规律进行的，这种合规律的活动，久而久之，会在人们头脑中积淀下来，形成各种思想，方法等。

4) 教学要求:

- 1) 了解数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法;
- 2) 了解每次世界数学中心的变迁所引发的新的数学思想和方法;
- 3) 了解数学国际大奖及其成果产生的深远影响。

【教学重点与难点】

- 1、**教学重点:** 数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法及其应用。
- 2、**教学难点:** 数学发展的四个阶段中所产生的数学思想和方法及其应用。

【教学内容】

- 2.1 数学思想发展分期
- 2.2 数学的起源时期
- 2.4 初等数学阶段
- 2.4 近代数学阶段
- 2.5 现代数学阶段

【思政元素融入点】

结合数学史教育学生要有科学探索，勇于钻研的精神。微积分发展史的简介使学生更好地体会数学的发现、发展过程以及由此产生的各种数学思想方法；通过数学发明创造推动科学技术发展的动人故事、数学家精神的展现，培养学生的数学情感、端正学习态度和树立正确的数学价值观。融入实际案例，引导学生主动观察分析，增强学生的数学意识，培养学生的建模思想。

四、教学方法

本课程主要采用课堂讲授和学生讨论相结合的方式进行。采用电子课件，结合多媒体教学，尽量增加课外资料的数量，扩大学生视野。

本课程的讨论主要分布在数学思想的核心内容、教学案例的一些特定课题的章节中。由于学生已经学习了一些高等数学，因此采取让学生积极参与讨论，谈论自己的观点、每节课安排几个同学上台展示如何用一种数学思想或方法解决一个具体的题目，为以后的数学教育工作方面提供相应的参考或帮助。

鉴于本课程开设在大学三年级下学期，数学与应用数学专业学生也将进入教学实习期和步入工作期，鼓励学生在实习期运用本课程所学知识，多与指导老师交流经验，为以后从事数学教育工作提前做好准备。

五、实践教学安排

分章节分小组分层次进行讨论，梳理所学知识点，采用视频讲解方式和翻转课堂形式相结合完成知识点总结，学生课堂讲解具体案例的教学，通过模拟中学数学课堂，组织学生讨论评价，把所学理论知识与实践教学紧密结合。

六、课程考核

考核方式：考查；采用开卷考试形式进行。

方案1 结构成绩（期末成绩（50%）+平时成绩（50%））。

方案2 结构成绩（期末成绩（60%）+平时成绩（40%））。

《数学思想与方法》课程考核成绩由以上两部分成绩合计，平时成绩最低分数线为50分，期末成绩最低分数线为50分，且课程总成绩达到60分，三项中只要有一项不合格，课程总成绩按不通过记。

平时成绩包含考勤及表现(40%)+平时作业(30%)+小结或单元测验(30%)

期末成绩 论文（满分100分）

- 1 （自选一具体课程）中的数学思想方法。
- 2 自拟题目（要求与数学思想方法有关）。

七、课程评价

（一）课程目标评价标准

表3 课程目标评价标准

课程目标	评价标准				
	90-100分	80-89分	70-79分	60-69分	0-59分
	优	良	中	及格	不及格
课程目标1	1.很好地掌握基本知识点；	1.较好地掌握基本知识点；	1.能够掌握基本知识点；	1.了解数学发展和数学分支	1.不能完全掌握基本知识点；

	2.具备很好的数学素养;深刻理解数学学科的育人价值。	2.具备较好的数学素养;较好的理解数学学科的育人价值。	2.具备一定的数学素养;领会数学学科的育人价值。	的演变与发展中所产生的数学思想和方法; 2.基本具备一定的数学素养;基本领会数学学科的育人价值。	2.不能具备具备一定的数学素养;
课程目标 2	1.具备很好的数学学习方法和策略; 2. 能将数学思想方法与教学.融为一体。	1.具备较好的数学学习方法和策略; 2. 能较好将数学思想方法应用在教学中。	1. 掌握数学的思想方法和学习方法; 2. 能将数学思想方法应用在教学中。	1.基本掌握数学的思想方法和学习方法; 2.在教学学有应用数学思想方法的意识。	1.不完全掌握数学的思想方法和学习方法; 2. 没有在教学学应用数学思想方法的意识。
课程目标 3	1. 具备很好学科方法型思想,数学应用的基本方法; 2.能有效沟通合作和团队协作;有很好的解决实际问题的能力。	1. 具备较好的学科方法型思想,数学应用的基本方法; 2.能较好的沟通合作和团队协作;有较好的解决实际问题的能力。	1. 具备学科方法型思想,数学应用的基本方法; 2.具有沟通合作能力和团队协作精神;有解决实际问题的能力。	1. 基本掌握学科方法型思想,数学应用的基本方法; 2.具有沟通合作能力和团队协作精神的意识;有解决实际问题的意识。	1. 不具备学科方法型思想,数学应用的基本方法; 2.没有沟通合作能力和团队协作精神;没有解决实际问题的能力。

(二) 课程目标评价方法

课程评价主要是本门课程的课程目标达成度评价。课程目标达成度评价主要采用定量评价与定性评价相结合的方法,具体包括:课程调查问卷、平时成绩和期末考试成绩。相应课程目标评价方式见表4。

表4 课程目标评价方式

课程目标	调查问卷	平时成绩	期末考试
课程目标 1	√	√	√
课程目标 2	√	√	√
课程目标 3	√	√	√

1. 定性评价

定性评价采用调查问卷的方式来实现。调查问卷根据本门课程目标制作，主要反映被调查者（教师本人和学生）对课程目标达成的满意度，根据被调查者的满意程度赋分。

表5 教师、学生对课程目标达成情况评价

课程目标	教师评价 50%	学生评价 50%	课程目标达成评价方法
课程目标 1	T1	S1	课程分目标 A_i 达成度 $=0.5 \times T_i + 0.5 \times S_i$, $(i=1,2,3)$; 课程目标整体达成度 $=\min\{A_i\}$
课程目标 2	T2	S2	
课程目标 3	T3	S3	

2. 定量评价

定量评价包括平时成绩和期末考试。平时成绩包括考勤，作业，试讲等，任课教师根据具体情况选择合适方式并按完成情况赋分，其中试讲是学生自评和小组成员之间互评取平均分，教师进行点评；期末考试成绩根据学生得分赋分，最终按照表 6 所列分值为百分比权重进行转换。

表6 课程考核成绩对课程目标达成情况评价

课程目标	平时成绩 50%	期末考试成绩 50%	课程目标达成评价方法
课程目标 1	30	40	课程分目标达成度 $B_i =$ $0.5 \times (\text{分目标平时成绩平均分} / \text{分目标平时成绩总分}) + 0.5 \times$ $(\text{分目标期末考试成绩平均分} / \text{分目标期末考试成绩总分})$ $(i=1,2)$; 期末考试各分目标平均分、总分按试卷详情核算; 课程目标整体达成度 $=\min\{B_i\}$ 。
课程目标 2	60	40	
课程目标 3	10	20	

3. 综合评价

课程目标达成情况综合评价按照定性和定量所占权重进行综合计算，具体如表 7 所示。

表7 课程目标达成情况评价

课程目标	调查问卷 20%	课程考核成绩 80%	课程目标达成评价方法
课程目标 1	A1	B1	课程分目标达成度 $=0.2 \times A_i + 0.8 \times B_i$ 课程目标整体达成度 = 课程分目标达成度的最小值。
课程目标 2	A2	B2	
课程目标 3	A3	B3	

八、课程资源

（一）建议选用教材

吴炯圻、林培榕，数学思想方法（第二版），厦门：厦门大学出版社，2009.

（二）主要参考书目

[1] 张顺燕，数学的思想、方法和应用，北京：北京大学出版社，2003.

[2] 顾沛，数学文化，北京：高等教育出版社，2008.

[3] 波利亚，怎样解题：数学思维的新方法，上海：上海科技教育出版社，2007.

[4] 柯朗，罗宾，什么是数学：对思想和方法的基本研究第四版，上海：复旦大学出版社，2017.

[5]莫里斯.克莱因，古今数学思想，上海：上海科学技术出版社，1972.

[6] 顾泠沅，数学思想方法，北京：中央广播电视大学出版社，2010.

[7] 邓鹏，高等数学思想方法论，成都：四川教育出版社，2003.

[8] 波利亚，数学的发现，对解题的理解研究和讲授，北京：科学出版社，2006.

[9] 杨启贤，数学思想方法解读，开封：河南大学出版社，2012.

制 订：数学与信息技术学院

教研室：数学与应用数学教研室

执笔人：王莲花

审订人：王琦